INDICE

1 LAS NUEVAS MATEMÁTICAS

3 Rolf Nevanlinna / *El desarrollo de las matemáticas en el siglo XX*

8 Claude Lévi-Strauss / *Las matemáticas del hombre*

14 José María Arguedas / *Mitos quechuas poshispánicos*

19 Pablo Neruda / *La barcarola termina*

22 José Lezama Lima / *Dormido a la recepción de Proserpina*

27 Humberto Díaz Casanueva / *La visión de la semejanza*

30 Mario Benedetti / *Acaso irreparable*

34 Alberto Girri / *Dos poemas*

35 Julio Ramón Ribeyro / *Papeles pintados*

38 Blanca Varela / *Poemas*

39 André Coyné / *Enrique Molina*

45 José Garcia Bryce / *Arquitectura en Lima,* 1800-1900

57 *Acerca de Dadá y neodadaismo* (E.A.W.)

71 Mario Vargas Llosa / *«Cien años de soledad», el Amadís en América*

NOTAS COMENTARIOS APUNTES

75 Luis A. Castillo / *La automación, ¿esclavitud o liberación?*

81 Noé Jitrik / *Literatura argentina: sobre el peligroso y ambiguo camino de su trascendencia*

CRITICA

84 Carlos Martínez Moreno / *Una hermosa ampliación: «Los cachorros»*

86 Antonio Cornejo Polar / *Novelas y cuentos completos de César Vallejo*

89 Blanca Varela / *Las colinas de Iossip Brodski*

91 Franklin Pease G. Y. / *La visita de la provincia de León de Huánuco*

ESTE MUNDO

92 Stefano Varese / *La nueva conquista de la selva*

95 CENSURA Y TOTALITARISMO

96 LLAMAMIENTO DEL PEN CLUB INTERNACIONAL

96 NOTICIAS SOBRE LOS AUTORES

ILUSTRACIONES

28 *Dibujo* de Henri Michaux

45-48 / 53-54 *Arquitectura en Lima, 1800-1900*

63-70 *Sobre Dadá y neodadaismo* (Duchamp, Man Ray, Picabia, Baargeld y Ernst, Schwitters, Arp, Max Ernst, van Doesburg, Peto, Rauschenberg, Tinguely y Niki de Saint-Phalle, McCracker, Kaprow, Lebel, Graham)

Viñetas de Jean Arp

Carátula J. Ruiz Durand

Contracarátula Plano antiguo del Hospital Dos de Mayo, Lima

---

amaru revista de artes y ciencias

Casilla 1301 — LIMA

PUBLICADA POR LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Subdivisión de Extensión Universitaria

Director — Emilio Adolfo Westphalen / *Redacción* — Abelardo Oquendo / Blanca Varela / *Secretario* — Carlos Milla Batres

Corresponsales — Antonio Cisneros / André Coyné / Alvaro Mutis / José Emilio Pacheco / Carlos Martínez Moreno / Mario Vargas Llosa

Asesores — Jorge Bravo Bresani / Luis Miró Quesada G. / Georg Petersen / Gerardo Ramos / Augusto Salazar Bondy / Javier Sologuren / Fernando de Szyszlo / José Tola Pasquel / Gastón Wunnenburger

PATROCINADORES

BANCO CENTRAL HIPOTECARIO DEL PERÚ

CORPORACIÓN DE INGENIERÍA CIVIL

FÁBRICA PERUANA ETERNIT S. A.

I B M DEL PERÚ S. A.

TECNOQUÍMICA, S. A.

amaru

revista de artes y ciencias

3

Jul.-Set. 1967

LAS NUEVAS MATEMATICAS

Al presentar el par de artículos sobre las nuevas matemáticas que se incluye en este número de 'Amaru', no estará demás recordar lo que a propósito de las viejas matemáticas escribió una vez Eugenio d'Ors, es decir, la imposibilidad de un método ad usum delphini *que fuera vía fácil de acceso, o atajo que, soslayando la penosa y larga progresión, condujera a los estratos más elevados —y abstrusos— de sus teorías y aplicaciones. A pesar de tal dificultad, el reconocimiento del papel preponderante de las matemáticas en el desarrollo científico y técnico de nuestra época y el hecho nuevo de su empleo en dominios hasta hace poco bastante inmunes a su influencia, como es el caso de las disciplinas sociales y humanistas, hacen casi obligatorio no sólo que toda persona culta trate de tomar conciencia del fenómeno y sacar las conclusiones filosóficas y culturales pertinentes, sino también que las instituciones y los especialistas encargados de la formación de las nuevas generaciones se avengan a la situación y apliquen los planes y métodos de enseñanza que mejor correspondan al adelanto pedagógico y científico, y ello tanto en el nivel universitario cuanto también —y quizás sea más importante— en el escolar. La necesidad de conocimientos matemáticos para los que se dediquen a las ciencias sociales y humanistas es subrayada por Lévi-Strauss*[1]*; aun más, se atreve a predecir que de no intervenir una reforma, los jóvenes especialistas en esas materias serán "barridos de la escena científica". Esto indicaría la anacrónico, arbitrario y anticientífico de un* curriculum *escolar como el nuestro que no sólo exige una declaración prematura de la vocación —en jóvenes sin orientación profesional previa— sino que establece una separación nociva en "letras y ciencias" que priva a una gran parte de esos jóvenes de una introducción a conocimientos imprescindibles para los estudios que más tarde han de seguir.*

Poniendo ahora de lado las dificultades inherentes al estudio y la cuestión de la divulgación y formación matemáticas, lo que tal vez más llamará la atención del lector profano será la característica especial que se atribuye a las nuevas matemáticas. Antes era común oponer arte y ciencia sobre la base del interés exclusivo, de la una, en la calidad de la experiencia, de la otra, en la cantidad. Leemos,

[1] Véase más adelante en el artículo de Claude Lévi-Strauss, la p. 13.

sin embargo, en el texto de Nevanlinna: "Esta expansión de las matemáticas en direcciones juzgadas humanísticas fue posible porque las matemáticas no están por naturaleza limitadas a lo cuantativo o medible —algo que se entiende ahora más claramente que nunca. Se ocupan en estructuras lógicas diversas, complejos de conceptos que no tienen nada que ver con 'magnitud' o 'inconmensurabilidad'. No se necesita ir más allá de la geometría euclidiana para comprender esto; por ejemplo, ¿qué tiene que ver la teoría de la incidencia o los axiomas sobre paralelas con lo 'cuantitativo'?" Este enfoque no debe, sin embargo, inducir a suponer que la oposición tradicional entre una y otra actividad humanas haya disminuido o está por disolverse. Es verdad que con frecuencia se hace referencia a aspectos de la actividad matemática para los cuales no se encuentra otro calificativo que el de estéticos. El mismo Nevanlinna observa[2] *que [el proceso de formación de ideas en matemáticas] "está regido en grado decisivo por normas que pueden caracterizarse como estéticas más bien que lógicas: las matemáticas se apartan de la posición de ciencia real para aproximarse al acto creador". Para corroborar esta afirmación se pueden citar a A. d'Abro: "De un lógico se espera que se concentre y piense con claridad. Lo mismo vale para el matemático, pero éste necesita, además, fantasía, genialidad, o cómo quiera llamárselo. Debe ser artista y no sólo un obrero cuyo pensamiento sigue vías preestablecidas".*[3] *O a Friedrich Waismann: "Son consideraciones extramatemáticas las que sirven de norte a las investigaciones matemáticas... Se podría hablar de nortes estéticos. Estos no nos van a hacer posible la búsqueda; sólo nos dicen la especie de indagación que quisiéramos realizar; determinan la clase de investigaciones que nos atrae".*[4] *También hay un largo párrafo al respecto en la autobiografía de Wiener: "los motivos principales para aceptar o rechazar determinado trabajo tienen que ver con el campo, muy descuidado, de la estética matemática".*[5] *Todas estas opiniones apuntan a un hecho indudable: la intervención en la invención, creación, demostración matemáticas de una facultad humana preciosa, onmímoda, imprescindible: la imaginación (fuente de toda arte y toda ciencia). Pero no creemos que signifique una inversión o invasión de campos. A la ciencia compete la investigación conceptual de la realidad y tiende a las generalizaciones y las leyes de aplicación universal. El arte tiene que ver con imágenes, con lo perceptible, con la emoción y el sentimiento, con lo peculiar y único. Podríamos decir que el arte trata de imponer a la realidad la existencia de objetos o hechos —obras y actos de arte— de validez exclusiva para el hombre y tan necesarios o inútiles como el hombre mismo, sus esperanzas, sus temores, sus angustias, sus fantasías. La ciencia nos da los instrumentos con que creemos dominar a la naturaleza. El arte sería el vano esfuerzo de hacer realidad un sueño.*

Otras muchas deducciones y atingencias pueden sugerir estos artículos. Ahora sólo se señalará la pertinencia de la insistencia de Nevanlinna en el carácter de las relaciones entre teoría y aplicación. La teoría como puro juego especulativo puede a menudo ser bastante ociosa. Aunque nunca se sabe cuáles pueden ser los alcances de una teoría. Nadie habría predicho, como nos recuerda Nevanlinna[6]*, que el estudio del sistema euclidiano sería un día reinterpretado por Einstein y Minkowski en términos tales que constituirían la base de la visión que del mundo tiene la física moderna. Pero el principal soporte de la investigación matemática, en sus períodos realmente productivos y vitales, ha sido, y sigue siendo, el sentimiento y la convicción, aunque vagos, que aun en sus especulaciones teóricas más elevadas, no ha perdido contacto con la 'realidad empírica', y que por ello está llamada a ocupar un lugar prominente como importante y útil componente de la variedad y unidad de la cultura en conjunto. Se trataría, entonces, de establecer cierto equilibrio entre los sectores de la teoría y la aplicación, multiplicando para ello los contactos entre especialistas, pero sin descuidar el vuelo teórico más abstracto.*

[2] Véase a continuación en el artículo de Rolf Nevanlinna, la p. 6.
[3] Véase "The Controversies on the Nature of Mathematics" en **The Rise of the New Physic: its Mathematical and Physical Theories**, New York 1951.
[4] Cf. "Suchen und Finden in der Mathematik" en **Kursbuch 8**, 1967.
[5] Cf. **I am a Mathematician**, Cambridge 1956.
[6] Véase su artículo, p. 7.

Rolf Nevanlinna

Desarrollo de las matemáticas en el siglo XX

El progreso científico moderno se basa esencialmente en una comprensión más profunda de la naturaleza de los conocimientos matemáticos logrados por la llamada 'escuela axiomática'. La contribución de David Hilbert en los primeros años de este siglo fue decisiva al respecto. Sus investigaciones sobre los fundamentos de la geometría llevaron a una elucidación mayor de las conexiones típicas en que se basan los sistemas geométricos elementales. Pero su propósito era más alto. La gran significación de los estudios críticos de geometría elemental reposa sobre todo en la *actitud fundamental* general adoptada por él frente a los problemas geométricos en que se ocupó. Este hecho ha dejado su marca en las proposiciones notables con que introduce su presentación de la geometría euclidiana.

Supongamos tres especies de objetos a los que llamaremos puntos, rectas y planos. Supongamos, además, que esos objetos están ligados por ciertas *relaciones*.

Hilbert expone luego las tres relaciones básicas de la geometría euclidiana: relación de incidencia, relación de correspondencia y relación de congruencia.

Sigue la formulación de los axiomas; se muestra así, aunque en forma implícita, que la geometría euclidiana constituye un todo. La síntesis lógica siguiente conduce de los conceptos básicos (objetos, relaciones y reglas) a nuevos objetos y relaciones (mediante definiciones) y a nuevas reglas y teoremas (mediante deducciones o demostraciones).

La presentación de Hilbert está ligada con debates anteriores en torno a la geometría que, especialmente en el siglo XIX, permitieron la obtención de conocimientos nuevos decisivos (Gauss, Riemann, Klein, Helmholtz, Poincaré, etc.). Hilbert, empero, insistió en forma más clara y explícita en que un conocimiento cabal de lo que era la geometría no sería posible, una vez por todas, sino dejando de lado las 'cualidades geométricas' de los objetos geométricos y las relaciones originalmente asociadas a ellos en el nivel empírico intuitivo de la geometría. Los 'puntos', 'rectas', etc., quedaron disociados de esas concepciones, sin sentido desde el punto de vista lógico, y fueron entendidos sólo como cosas abstractas, como elementos de determinados conjuntos. Las relaciones geométricas fueron así disociadas también de las consideraciones intuitivas adjudicadas a ellas. No se requiere gran libertad de pensamiento ni capacidad de abstracción para comprender y apreciar la importancia de este proceso de disociación inherente a la concepción hilbertiana, en comparación con las presentaciones intuitivas, más antiguas y tradicionales, si se expresa el pensamiento con bastante claridad y ponderación y se le ilustra mediante 'reinterpretaciones', cualitativamente diferentes, a base principal, aunque no exclusivamente, de los modelos aritméticos que ofrece la geometría analítica. Esto se aplica, por lo menos, a la concepción de los objetos geométricos básicos (puntos, rectas, planos) como elementos de tres especies de conjuntos sin otras cualidades gráficas especiales que las presupuestas por el concepto intuitivo de 'conjunto', o sea, una colección de elementos dados sin otras características cualitativas que la 'existencia individual', de modo que los elementos arbitrarios son o idénticos ('los mismos elementos') o no idénticos ('elementos diferentes').

El concepto abstracto de relación ofrece tal vez más dificultades. Parece que aun para los estudiosos de filosofía la palabra 'relación' se combina ocasionalmente con ideas vagas. Para un matemático el asunto es tan claro cuanto simple. Lo decisivo es la *idea de correspondencia* (o, más generalmente, de aplicación). Por ejemplo, el hecho que dos conjuntos geométricos elementales —puntos y rectas— estén vinculados por una relación de incidencia no significa sino que para cada punto hay un conjunto correspondiente de rectas (las que se consideran incidentes con el punto dado).

La transición de la idea intuitiva original acerca del significado de la relación de incidencia ("una recta pasa por un punto") al significado más amplio basado en el concepto más general de 'correspondencia', tiene un equivalente remoto en el proceso de liberación lógica que sufrió el *concepto de función* en el siglo pasado. Originalmente este concepto se definía como una ley aritmética o analítica, la cual en el caso de determinado número o argumento daba como 'resultado' otro número (el valor de la función) o muchos otros números (cuando la función tenía valores múltiples). La idea moderna de función se desinteresa de las manipulaciones aritmético-analíticas que llevaban del argumento a la función. Estas

son reemplazadas por el concepto de correspondencia o aplicación general: intuición muy significativa que en todo lo esencial se remonta a Riemann. Un proceso análogo hizo que del concepto intuitivo de 'proyección' surgiera la idea general de aplicación y correspondencia abstracta.

La contribución de Hilbert constituye una de las etapas más notables de la historia de las ideas científicas. Lo más remarcable es que la nueva comprensión general de la manera como se origina la teoría matemática fuera lograda como resultado final de esfuerzos científicos tendientes a esclarecer los problemas más antiguos y elementales de las investigaciones exactas: la geometría euclidiana.

La concepción general y libre sostenida por Hilbert respecto a ese sistema de geometría elemental, le condujo a plantear también las cuestiones generales de conocimiento asociadas con *toda* teoría matemática que alcanza el nivel axiomático. La teoría aparece así como una 'teoría estructural' lógica, como un sistema de objetos básicos, relaciones básicas y conjuntos básicos (axiomas), el cual se presupone válido para esos objetos y esas relaciones. Esas cuestiones se refieren a: 1) la consistencia del sistema axiomático, 2) la independencia del sistema, y 3) la completitud del sistema.

Con ayuda de la geometría analítica esas tres cuestiones se han reducido, por lo que respecta a la geometría elemental euclidiana e hiperbólica, a la cuestión de si *la aritmética constituye un sistema lógico coherente.* Suponiendo esto, se concluye que:

1) El sistema axiomático euclidiano también es coherente: no puede llevar a dos consecuencias que impliquen una contradicción explícita.

2) Los axiomas euclidianos pueden ser reducidos de modo que sean lógicamente independientes entre sí.

3) La geometría euclidiana es un sistema completo. Esto significa que su estructura lógica está determinada unívocamente, salvo isomorfías: dos 'realizaciones' o 'modelos' de la geometría euclidiana son isomorfos si sus objetos básicos y relaciones básicas pueden aplicarse en correspondencia, biunívoca, manteniéndose válidas las relaciones restantes (dos objetos en un modelo asociados a una relación básica de geometría elemental tienen, como objetos-imágenes en el otro modelo, dos objetos asociados a la 'relación imagen' de la relación pertinente).

El problema de la naturaleza lógica de la geometría llevó así a Hilbert a un problema correspondiente en aritmética. Las discusiones sobre estos problemas se han desarrollado durante medio siglo y están lejos de haber sido terminadas.

El surgimiento del 'modelo axiomático de pensamiento' no sólo ha dejado su marca en las investigaciones sobre los fundamentos de las matemáticas, sino ha influido también decisivamente en toda la tendencia expansiva de las matemáticas de nuestro tiempo. Los no matemáticos se asombrarán de esta afirmación. ¿Acaso la índole de las matemáticas no implica que su método es axiomático? ¿Cuál otro podría ser su objetivo si no sacar conclusiones correctas de premisas formuladas claramente (axiomas) mediante deducciones válidas lógicamente? Esta objeción está justificada y hay que preguntarse si el título 'método axiomático' describe adecuadamente lo que es esencial al propósito.

De hecho, lo que es nuevo en el modo axiomático de pensamiento se relaciona menos con las exigencias más estrictas de exactitud lógica impuestas hoy en día a las matemáticas, que con la interpretación más libre y abstracta de la naturaleza de las teorías matemáticas a la que ha llevado la liberación antes mencionada como consecuencia de estudios fundamentales de geometría elemental. Baste con recordar aquí dos dominios principales en los que el modo axiomático de pensamiento ha determinado una renovación total, y en gran escala, y una expansión provechosa: el álgebra y la topología 'modernas'.

En los últimos decenios, la escuela francesa de Bourbaki llevó a cabo un intento impresionante de establecer las matemáticas como construcción axiomática sobre base general coherente.

Desde comienzos del siglo, el tratamiento axiomático ha servido de fermento en casi todas las ramas especiales de las matemáticas. Como subrayó Einstein en otro contexto, la teoría de la relatividad se basó principalmente en la compresión general ganada gracias a las investigaciones fundamentales en el campo de la geometría. Sin ese trabajo preparatorio no hubiera sido concebible la interpretación monumental, por Einstein y Minkowski, del mundo físico en términos de geometría cuatridimensional con una métrica indefinida. La teoría clásica de Newton también puede ser entendida y presentada como una geometría cuatridimensional de carácter métrico semi definido.

La comprensión general obtenida por medio de las investigaciones fundamentales de geometría ha preparado igualmente el camino a otras realizaciones matemáticas

no previstas. Como ejemplos pueden mencionarse los logros en este siglo de la teoría de la probabilidad (como rama de la teoría de funciones aditivas de conjuntos), la teoría de la información, la econometría, la teoría de los juegos y conclusiones, con los que se ha 'matematizado' la investigación en campos en los cuales la acción humana interviene en grado esencial, hasta ahora considerados fuera del alcance de los métodos matemáticos. Esta expansión de las matemáticas en direcciones juzgadas humanísticas fue posible porque las matemáticas no están por naturaleza limitadas a lo cuantitativo o medible —algo que se entiende ahora más claramente que nunca. Se ocupa en estructuras lógicas diversas, complejos de conceptos que no tienen nada que ver con 'magnitud' o 'conmensurabilidad'. No se necesita ir más allá de la geometría euclidiana para comprender esto; por ejemplo, ¿tiene algo que ver la teoría de la incidencia o los axiomas sobre paralelas con lo 'cuantitativo'? Una vez comprendida correctamente la enorme cantidad de generalizaciones y refinamiento contenida en el concepto matemático de aplicación y correspondencia en cuanto concierne a las conexiones funcionales del mundo de la experiencia o de las bellas artes, ya no sorprende que los complejos empíricos accesibles a esa idealización conceptual amplia y aplicable a sistemas lógicamente estructurados y, por tanto, tratables matemáticamente, no estén limitados a la aritmética, la geometría o las teorías que hasta ahora concernían principalmente a las ciencias exactas. Muchos de los campos nuevos no se prestan a ser tratados mediante las teorías matemáticas antiguas; por lo contrario, proporcionan material empírico e impulsos para nuevos complejos de ideas y problemas matemáticos. Aquí vemos cómo se repite esa interacción de experiencia y experimento, por un lado, y de formación de teorías matemáticas, por otro, que como un hilo indeleble atraviesa todo el curso histórico de las ciencias exactas.

Poco después de las investigaciones fundamentales de Hilbert sobre las bases de la geometría elemental, varios estudios en el nivel de las matemáticas superiores señalaron nuevos rumbos. La teoría hilbertiana de los operadores lineales y sus valores propios, y de los sistemas ortogonales en un espacio de funciones se basaron en las ecuaciones integrales. No obstante, su idea rectora era geométrica: Hilbert entendía el análisis funcional como una extensión de la geometría analítica euclidiana (la teoría de las formas lineales y cuadráticas) al espacio euclidiano con un número infinito de dimensiones. J. von Neumann dio forma axiomática definitiva a la teoría de los espacios de Hilbert. En esta forma, esa brillante teoría constituye una piedra angular en la construcción de las matemáticas modernas. Su importancia no se limita a las matemáticas 'puras'. La teoría de los espacios de Hilbert ocupa lugar destacado en asuntos muy diversos, v. gr., en la teoría cuántica moderna.

Otra aplicación peculiar de la teoría de Hilbert acerca de la geometría euclidiana infinitodimensional está asociada con el problema variacional formulado por Riemann con el fin de solucionar el problema de los valores de contorno de ecuaciones diferenciales de segundo grado en derivadas parciales de tipo elíptico. El problema se resuelve determinando, dentro de la clase de todas las funciones (suficientemente regulares) con valores de contorno dados, la que minimiza la integral de Dirichlet asociada con la ecuación diferencial (principio de Dirichlet). Reinterpretado en el espacio de funciones hilbertiano, el problema se relaciona con el trazado de una perpendicular desde determinado punto en este espacio hasta un plano (de dimensión infinita) representado por funciones con valores de contorno que se anulan. Según Euclides, sin embargo, esta recta perpendicular puede caracterizarse en dos maneras equivalentes:

1) La recta es perpendicular al plano.

2) El segmento perpendicular es el segmento más corto que une el punto y el plano.

La condición 1) implica que 'la perpendicular' satisface la ecuación diferencial, y la 2) que la integral de Dirichlet alcanza un mínimo.

La calidad de 'mínimo' de acuerdo a la geometría elemental, de la perpendicular en el espacio de funciones corresponde al principio de Dirichlet. Esta idea, tan simple cuanto brillante, es una de las más fascinantes indicaciones de la enorme capacidad de la estructura geométrica euclidiana, en apariencia extremadamente elemental.

Lo anterior es sólo una breve reconsideración de algunos de los aspectos principales del desarrollo de las matemáticas desde principios de este siglo. Podemos aprender al menos una cosa de todo lo acontecido en las matemáticas durante estos decenios de vasta expansión: este periodo si algo prueba es la gran importancia, tanto en principio como en sustancia, del *sistema elemental euclidiano*. Esta teoría había sido destacada siempre, como el ideal de la ciencia exacta. Nuestro siglo ha presenciado una renovación peculiar de dicha teoría matemática básica, cuya enorme vitalidad se ha comprobado en dos direcciones principales diferentes: ha dado impulso a la revolución que para las matemáticas ha significado el

surgimiento del modo axiomático de pensamiento, y esto ha sido provechoso en las más diversas ramas de la investigación matemática y lógica. Pero igualmente, y en una relación más importante, ha tenido una renovación imprevista por obra de las generalizaciones que ha permitido en la geometría euclidiana de dimensión infinita, el espacio hilbertiano y sus aplicaciones.

En vista de ello, es sorprendente que un grupo de entusiastas partidarios de una reforma radical de las matemáticas escolares se haya agrupado bajo el lema de "¡Abajo Euclides!" ¿Cómo pudo jamás sugerirse nada más estrecho que eso y, además, por gente que indudablemente tiene méritos por sus notables contribuciones a la ciencia matemática contemporánea?

El asunto no puede ser desechado simplemente como un chiste de mal gusto, incluso suponiendo que el lema fue acuñado sobre todo para causar sensación. Como síntoma de un modo de pensar difundido en la actualidad en el mundo matemático, vale la pena examinarlo de cerca. Las matemáticas combinan en forma única dos opuestos: la exactitud y la libertad. Pero esta *coincidentia oppositorum* también es un peligro para las matemáticas y los matemáticos. Las matemáticas reciben su impulso de la experiencia y la percepción de realidades empíricas, pero en comparación con otras ciencias están menos rígidamente atadas al material de partida. Por lo contrario, su tarea es 'teorética': partiendo de ciertos fenómenos característicos de determinada esfera de la experiencia, se disocia paulatinamente de ellos. Sobre una base empírica dada erige una realidad ideal más alta. En esta forma las matemáticas, durante el proceso de formación de ideas, dejan el fundamento empírico que ha dado origen a la teoría. Dicho proceso está regido en grado decisivo por normas que pueden caracterizarse como estéticas más bien que lógicas: las matemáticas se apartan de la posición de ciencia real para aproximarse al arte creador. En comparación con la actividad artística, la 'objetividad' relativa de la creación matemática reside principalmente en que es más exacta y única.

Por muy alto que se remonten las matemáticas por encima del nivel intuitivo empírico —de base histórica y genética— algo de su origen persiste, incluso en las teorías matemáticas más abstractas. En vista del desarrollo histórico de las matemáticas y su enorme expansión actual, se puede convenir en el concepto de la antigua filosofía, es decir, que las teorías matemáticas, en su exactitud y belleza abstractas, expresan una realidad ideal más alta que la esfera de la experiencia que les han dado los impulsos rectores. Cada uno de los complejos biológica y prácticamente significativos del 'mundo de la experiencia' puede ser entendido como un desafío a crear por medio de las matemáticas —esto es, mediante un análisis, una idealización y una síntesis estrictamente conceptuales— una imagen de las 'estructuras' contenidas en ese mundo en estado natural.

Mientras las matemáticas han seguido esa vía, tanto orgánica cuanto libre, han sido capaces de conservar su vitalidad. El establecimiento de sistemas axiomáticos enteramente arbitrarios como punto de partida de la investigación lógica nunca ha dado resultados de importancia. Es difícil que un matemático niegue esto. Pero la conciencia de esta verdad parece que se ha embotado en los últimos decenios, especialmente entre los matemáticos jóvenes. El interés está dirigido unilateralmente hacia las generalizaciones formales —terreno fértil para éxitos aparentes y ganados fácilmente—, en lugar de hacia los problemas más difíciles concernientes a las ideas y la esencia de las matemáticas reales. Como ocurre a menudo con los extremistas, esa posición está unida a una gran arrogancia frente a las tendencias que no siguen devotamente los lemas modernos. Tras la estela de la revolución representada por Bourbaki —en sí misma una contribución impresionante de suma importancia— se ha aventurado una multitud de imitadores.

Aquí se repite algo que siempre ha ocurrido en diversas conexiones durante el desenvolvimiento de ideas e ideologías. Como ha sucedido antes, la historia decidirá lo que tiene valor duradero. Es el destino de los imitadores ser olvidados. Pero el estorbo y la confusión de ideas que producen temporalmente, quizás constituyan hoy en día un peligro mayor que en lo pasado, debido a la expansión de las matemáticas y al creciente número de practicantes que están atrayendo. En este campo, por otra parte, los fenómenos en masa asumen, cada vez más, posición dominante. Entre las numerosas publicaciones sobre matemáticas que inundan el mundo, no es fácil encontrar las pocas que realmente contienen el germen de una idea valiosa, a pesar de los numerosos y laudables esfuerzos por orientar a los investigadores mediante documentos de referencia, revistas y monografías.

La investigación está en peligro de perder contacto, en ciertos medios, con la línea genética histórica, la única que puede llevar a la comprensión de las tendencias vitales en el campo de las matemáticas. Sin negar el valor de las investigaciones matemáticas como elevado objetivo en sí mismo, hay buenos motivos para señalar las desventajas, también en esta rama de la cultura, de la actitud extrema *l'art pour l'art,* que determina una incertidumbre creciente del juicio y el gusto.

Al mismo tiempo, está ganando terreno una actitud equivocada respecto a lo que se llaman las 'aplicaciones de las matemáticas'. Por su índole íntima, las investigaciones matemáticas llegan a apartarse —en sus idealizaciones y generalizaciones abstractas— de la realidad empírica, aunque tenga posibilidades imprevistas de reaccionar, a un nivel teórico elevado, en 300 regiones amplias de la investigación y la cultura científicas, aun en aquellas que durante la etapa inicial de la formación de la teoría matemática parecen carecer de conexión alguna con la base empírica que inspira, al comienzo, la investigación teórica. Es muy notable que precisamente por medio del 'modo axiomático' de pensar se haya profundizado la comprensión del vínculo que une la 'teoría' y sus 'aplicaciones'. Con la formulación teórica se cristalizan estructuras matemáticas que, interpretadas apropiadamente, tienen aplicaciones en diversos campos que al profano parecen enteramente sin relación entre si. Junto con la subdivisión de las ciencias y la consiguiente especialización necesaria, se nota, en la capa superior de la investigación teorética, una tendencia opuesta directamente a las síntesis comprensivas y a una mayor unidad.

¿Quién hubiera predicho que el estudio del sistema euclidiano, en las modificaciones y extensiones abstractas sufridas por la geometría diferencial general y multidimensional euclidiana y riemanniana, sería un día reinterpretado por Einstein y Minkowski en términos tales que constituirían la base de la visión del mundo que nos ofrece la física moderna? ¿O que las investigaciones abstractas de álgebra, basadas fundamentalmente en la aritmética empírica y práctica, desempeñarían en nuestro tiempo un papel importante en la física atómica?

"La ciencia busca la verdad por amor de la verdad", dice la expresión conocida. No se debe olvidar, empero, que el impulsor recóndito de la investigación matemática, durante sus periodos realmente productivos y vitales, ha sido, y sigue siendo, el sentimiento y la creencia, aún vagos, de que las matemáticas, incluso en sus especulaciones teóricas más altas, no han perdido contacto con la 'realidad empírica' y que están llamadas por ello a ocupar una situación prominente como componente, importante y útil, de la totalidad cultural varia y una.

El hecho de que se haya debilitado la conciencia de esas conexiones nos muestra el abismo que separa actualmente las matemáticas 'puras' de las 'aplicadas'. Las cosas eran diferentes hace sólo unos decenios. La mayoría de los matemáticos más notables (Klein, Hilbert, Poincaré, Minkowski, Weyl, von Neumann) contribuyó también considerablemente al campo de la física.

La situación diversa actual puede explicarse sólo parcialmente como resultado necesario de la expansión y diversificación de las ciencias.

Es posible que en un futuro muy próximo los que se dedican a las 'matemáticas aplicadas' reestablezcan los contactos entre teoría y práctica que hacen falta hoy en día: más que nunca las 'aplicaciones' dependen, inclusive, del apoyo de las teorías más abstractas.